

# PREMI BERSIH TAHUNAN ASURANSI JIWA BERJANGKA UNTUK KASUS *MULTIPLE DECREMENT* DENGAN VARIASI SUKU BUNGA

Indrya Adilla<sup>1</sup>, \*I Gusti Putu Purnaba<sup>2</sup>, Ruhiyat<sup>3</sup>, Berlian Setiawaty<sup>4</sup>,  
Windiani Erliana<sup>5</sup>, Fendy Septyanto<sup>6</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Program Studi S1 Aktuaria, Departemen Matematika  
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.  
[indrya\\_adilla@apps.ipb.ac.id](mailto:indrya_adilla@apps.ipb.ac.id)

<sup>2,3,4,5,6</sup>Departemen Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,  
Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti, Kampus IPB Dramaga Bogor.  
[purnaba@apps.ipb.ac.id](mailto:purnaba@apps.ipb.ac.id), [ruhiyat@apps.ipb.ac.id](mailto:ruhiyat@apps.ipb.ac.id), [berlianse@apps.ipb.ac.id](mailto:berlianse@apps.ipb.ac.id),  
[windi@apps.ipb.ac.id](mailto:windi@apps.ipb.ac.id), [fendy-se@apps.ipb.ac.id](mailto:fendy-se@apps.ipb.ac.id) \*corresponding author

## Abstrak

Aplikasi penggunaan model *multiple decrement* terdapat pada asuransi jiwa dengan tambahan manfaat dan dana pensiun. Manfaat dibayarkan bergantung pada penyebab keluarnya peserta dari asuransi. Untuk menentukan besar premi dan nilai manfaat pada suatu waktu diperlukan data Tabel Penyusutan Jamak dan asumsi suku bunga. Penelitian ini bertujuan untuk mengkonstruksi Tabel Penyusutan Jamak dari data *Illustrative Service Table* yang tersedia di *library software* R dan menentukan besar premi bersih tahunan asuransi jiwa berjangka 35 tahun untuk seseorang yang berusia 30 tahun yang memberikan manfaat kematian, mengundurkan diri, cacat permanen, dan pensiun dengan variasi suku bunga. Menggunakan suku bunga konstan diperoleh besar premi bersih tahunan dari 3.5% sampai 15% akan menurun semakin bertambahnya suku bunga, namun kembali meningkat dari suku bunga 15% hingga 20%. Besar premi bersih tahunan dengan asumsi suku bunga bervariasi mengikuti besar suku bunga nominal Republik Korea (yang telah dimodifikasi) lebih kecil dibandingkan dengan premi ketika diasumsikan suku bunga konstan sebesar rata-rata suku bunga nominal tersebut.

**Kata kunci:** asuransi jiwa berjangka, *multiple decrement*, suku bunga, Tabel Penyusutan Jamak

## 1 Pendahuluan

Ketidakpastian akan masa datang tentunya menimbulkan kecemasan bagi setiap orang. Adanya ketidakpastian inilah yang menjadi asal mula lahirnya asuransi. Kegiatan asuransi di Indonesia diatur dalam Undang-Undang Nomor 40 Tahun 2014 tentang Perasuransian. Pasal 1 Ayat 1 Undang-Undang ini menjelaskan bahwa asuransi merupakan perjanjian antara dua pihak (perusahaan asuransi dan pemegang polis) di mana perusahaan asuransi akan menerima pembayaran berupa premi dari pemegang polis dan sebagai gantinya perusahaan asuransi akan memberikan imbalan (manfaat) akibat kerugian, kerusakan, kecelakaan, maupun kematian karena terjadinya suatu peristiwa

yang tidak pasti kepada pemegang polis. Asuransi ada banyak jenisnya, salah satunya yaitu asuransi jiwa.

Asuransi jiwa merupakan asuransi yang membayarkan manfaat kepada ahli waris ketika peserta asuransi meninggal maupun bertahan hidup. Faktor yang mempengaruhi seseorang keluar dari asuransi hanya satu yaitu kematian. Kenyataannya, seseorang mungkin keluar asuransi disebabkan faktor lain misalnya karena cacat, sakit, dan tidak sanggup membayar. Faktor yang mempengaruhi seseorang keluar dari asuransi disebut penyusutan (*decrement*). Asuransi yang membayarkan manfaat karena banyak faktor dikenal dengan asuransi kasus *multiple decrement*. Penerapan model *multiple decrement* bisa dilihat pada produk asuransi jiwa dengan tambahan manfaat kesehatan maupun pada program dana pensiun. Pada produk asuransi jiwa dengan tambahan manfaat, perusahaan asuransi tidak hanya memberikan manfaat ketika terjadi kematian namun juga memberikan manfaat ketika nasabah sakit. Dari produk ini terdapat dua penyebab penyusutan (*decrement*), yaitu kematian dan sakit ([7]). Berdasarkan waktu perlindungannya, asuransi jiwa dibedakan menjadi dua yaitu asuransi jiwa berjangka dan seumur hidup. Asuransi jiwa berjangka hanya menanggung resiko akibat kematian atau kegagalan lainnya dalam jangka waktu tertentu, sedangkan asuransi seumur hidup memberikan jaminan sepanjang pemegang polis masih hidup.

Program dana pensiun merupakan bentuk tanggung jawab pemberi kerja (perusahaan) terhadap karyawan guna menjamin kesejahteraan hari tua karyawan ([1]). Selain untuk pensiun normal yang manfaatnya akan diberikan saat orang tersebut mencapai usia pensiun normal, program pensiun juga akan memberikan manfaat ketika orang tersebut meninggal sebelum usia pensiun normal, cacat total, atau pensiun dini ([3]). Pasal 1 Undang-Undang Nomor 11 Tahun 1992 tentang Dana Pensiun juga menjelaskan terkait tambahan manfaat untuk program pensiun, di antaranya manfaat pensiun normal, manfaat pensiun dipercepat, manfaat pensiun cacat, dan pensiun ditunda. Tambahan manfaat tersebut akan membuat premi yang dibayarkan bertambah.

Selain karena tambahan manfaat, premi yang dibayarkan peserta asuransi dapat berubah karena faktor-faktor lain. Salah satunya adalah suku bunga. Suku bunga merupakan alat utama bank sentral untuk memerangi inflasi ([6]). Dalam hubungannya dengan inflasi, suku bunga dibedakan menjadi dua yaitu suku bunga nominal dan suku bunga riil. Suku bunga nominal adalah suku bunga yang tidak terpengaruh dengan inflasi, sedangkan suku bunga riil merupakan suku bunga yang telah disesuaikan dengan tingkat inflasi dan dalam dunia perbankan suku bunga riil lebih akurat untuk menggambarkan biaya peminjaman sesungguhnya ([9]). Namun, suku bunga yang biasanya ditemukan dan diketahui merupakan suku bunga nominal.

Penghitungan premi untuk asuransi jiwa baik *single decrement* maupun *multiple decrement* sudah cukup banyak diteliti baik untuk kasus diskret maupun kontinu namun kebanyakan menggunakan suku bunga tetap. Padahal kenyataannya suku bunga di pasaran tidak selalu konstan dan cenderung bergerak fluktuatif. Penghitungan premi dana pensiun untuk pensiun normal juga sudah banyak diteliti di antaranya pada ([8]). Penelitian tersebut telah meneliti terkait besar iuran normal dan manfaat untuk kasus pensiun normal. Namun, pada kenyataannya seseorang mungkin saja keluar dari dana pensiun sebelum usia pensiun normal.

Berdasarkan kondisi tersebut dilakukan penghitungan premi bersih tahunan asuransi jiwa berjangka dengan kasus *multiple decrement*. Kasus *multiple decrement* di sini dibatasi menjadi empat sebab kegagalan, yaitu kematian, mengundurkan diri, cacat, dan pensiun. Penelitian ini juga melihat efek suku bunga terhadap besar premi dengan

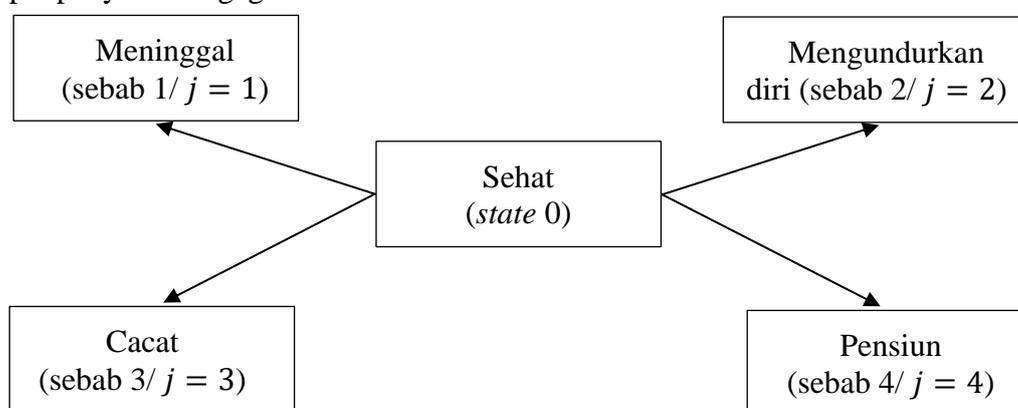
mengasumsikan suku bunga konstan dan juga dilakukan penghitungan besar premi dengan mengasumsikan suku bunga tidak konstan. Untuk suku bunga tidak konstan digunakan suku bunga nominal.

## 2 Model Matematika

### 2.1 Model *Multiple Decrement*

*Decrement* bisa diartikan sebagai kegagalan yang dalam asuransi jiwa merupakan penyebab klaim. Berdasarkan banyaknya penyebab terjadi kegagalan, *decrement* bisa dibedakan menjadi dua, yaitu *single decrement* dan *multiple decrement*. Industri asuransi jiwa yang memberikan manfaat hanya ketika terjadi kematian merupakan contoh kasus *single decrement*. Model *multiple decrement* dapat dilihat pada asuransi yang memberikan tambahan manfaat untuk kematian, cacat, atau mengundurkan diri.

Pada Gambar 1 berikut diberikan ilustrasi untuk kasus *multiple decrement* dengan empat penyebab kegagalan.



Gambar 1 Ilustrasi kasus *multiple decrement* dengan empat penyebab kegagalan

Gambar 1 memperlihatkan ada lima keadaan (*state*), yaitu sehat (*state 0*), dan empat *state* kegagalan, yaitu meninggal (*state 1*), mengundurkan diri (*state 2*), cacat (*state 3*), dan pensiun (*state 4*). Perpindahan *state* hanya dapat terjadi dari *state 0* (sehat) ke *state 1* (meninggal), dari *state 0* ke *state 2* (mengundurkan diri), dari *state 0* ke *state 3* (cacat), atau dari *state 0* ke *state 4* (pensiun). Penyebab kegagalan karena meninggal, mengundurkan diri, cacat, dan pensiun selanjutnya berturut-turut disebut sebab 1, sebab 2, sebab 3, dan sebab 4.

Cunningham *et al.* (2012) ([4]), memisalkan bahwa  $q_x^{(j)}$  merupakan peluang seseorang yang berumur  $x$  mengalami kegagalan antara usia  $x$  sampai  $x + 1$  karena sebab  $j$ . Peluang bahwa seseorang yang berumur  $x$  mengalami kegagalan antara usia  $x$  sampai  $x + 1$  karena sebab apapun dilambangkan dengan  $q_x^{(\tau)}$ , di mana  $q_x^{(\tau)} = q_x^{(1)} + q_x^{(2)} + q_x^{(3)} + q_x^{(4)}$ . Secara umum, jika ada  $m$  penyebab kegagalan, maka  $q_x^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m q_x^{(j)}$ . Peluang ( $x$ ) *survive* sampai usia  $x + 1$  dilambangkan dengan  $p_x^{(\tau)}$ , di mana  $p_x^{(\tau)} = 1 - q_x^{(\tau)}$ .

Misalkan  $d_x^{(j)}$  merupakan nilai harapan banyaknya orang yang mengalami kegagalan karena sebab  $j$  pada rentang waktu  $x$  sampai  $x + 1$ . Jika  $d_x^{(\tau)}$  menyatakan total nilai harapan banyak orang yang mengalami kegagalan karena semua penyebab, maka

$d_x^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m d_x^{(j)}$ . Jika diperumum nilai harapan banyaknya orang yang mengalami kegagalan karena sebab  $j$  pada interval  $x$  sampai  $x + n$  dinotasikan dengan  ${}_n d_x^{(j)}$  yang dapat dihitung menggunakan rumus:

$${}_n d_x^{(j)} = \sum_{t=0}^{n-1} d_{x+t}^{(j)}.$$

Total nilai harapan banyak orang yang mengalami kegagalan karena semua penyebab pada interval  $x$  sampai  $x + n$  dapat dihitung menggunakan rumus:

$${}_n d_x^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m {}_n d_x^{(j)}.$$

Selanjutnya, nilai harapan banyak orang pada usia  $x$  yang akan mengalami kegagalan karena sebab  $j$  pada suatu waktu setelah  $x$  dinotasikan dengan  $l_x^{(j)}$ . Kalau hanya ada satu penyebab kegagalan, maka ini bermakna sebagai nilai harapan total banyaknya orang yang mencapai usia  $x$ , dinotasikan dengan  $l_x^{(\tau)}$ , dengan

$$l_x^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m l_x^{(j)}.$$

Dari persamaan yang telah diuraikan sebelumnya, diperoleh beberapa hubungan sebagai berikut:

$$q_x^{(j)} = \frac{d_x^{(j)}}{l_x^{(\tau)}}, \quad q_x^{(\tau)} = \frac{d_x^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}}, \quad {}_t q_x^{(j)} = \frac{{}_t d_x^{(j)}}{l_x^{(\tau)}}, \quad {}_t q_x^{(\tau)} = \frac{{}_t d_x^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}}, \quad (1)$$

$${}_t p_x^{(\tau)} = 1 - {}_t q_x^{(\tau)}, \quad (2)$$

$$\text{dan } {}_t p_x^{(\tau)} = \frac{l_{x+t}^{(\tau)}}{l_x^{(\tau)}}. \quad (3)$$

Informasi peluang-peluang tersebut akan dicantumkan ke dalam *Multiple Decrement Table*. *Multiple Decrement Table* berfungsi untuk menggambarkan informasi penurunan populasi karena berbagai sebab. Dalam konteks dana pensiun, *Multiple Decrement Table* yang menspesifikasikan ekspektasi jumlah pengurangan anggota aktif disebut dengan *Service Table* ([5]). Umumnya *Service Table* ini menggambarkan situasi penurunan karyawan pada suatu perusahaan (atau kumpulan) dikarenakan kematian, pensiun dipercepat, pensiun karena tidak bisa bekerja, pensiun pada usia pensiun normal atau sebab lain ([1]).

## 2.2 Anuitas Awal Berjangka *Multiple Decrement*

Serangkaian pembayaran yang dilakukan di awal periode selama  $n$  tahun atau sampai pemegang polis mengalami kegagalan karena cacat, meninggal, mengundurkan diri, atau sebab lainnya disebut anuitas awal berjangka untuk kasus *multiple decrement*. Untuk kasus *multiple decrement* dengan banyak penyebab kegagalan, peluang *survival* dinotasikan dengan  ${}_t p_x^{(\tau)}$  yang dapat dihitung menggunakan persamaan (2) atau (3). Nilai sekarang aktuarial dari anuitas ini dinotasikan dengan  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^*$ , dengan

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^* = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x^{(\tau)} \quad (4)$$

([7]).

### 2.3 Premi Asuransi Jiwa Berjangka *Multiple Decrement*

Besar nilai sekarang aktuarial manfaat (premi tunggal bersih) asuransi jiwa berjangka  $n$ -tahun model *multiple decrement* yang membayarkan manfaat sebesar  $B^{(j)}$  di akhir tahun kegagalan, apabila terjadi kegagalan karena sebab  $j$  dinotasikan dengan  $A_{x:\bar{n}|}^{1*(j)}$  dapat dihitung menggunakan rumus:

$$A_{x:\bar{n}|}^{1*(j)} = \sum_{k=0}^{n-1} B^{(j)} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(j)}. \quad (5)$$

Apabila dalam asuransi tersebut terdapat  $m$  penyebab kegagalan, nilai sekarang aktuarial manfaat asuransi jiwa berjangka  $n$ -tahun model *multiple decrement* dinotasikan dengan  $A_{x:\bar{n}|}^{1*}$  yang merupakan penjumlahan dari nilai sekarang aktuarial manfaat dari tiap penyebab, dihitung menggunakan rumus:

$$A_{x:\bar{n}|}^{1*} = \sum_{j=1}^m \left( \sum_{k=0}^{n-1} B^{(j)} v^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(j)} \right). \quad (6)$$

([7]).

Untuk premi bersih tahunan asuransi jiwa berjangka model *multiple decrement* dapat dihitung dengan menggunakan prinsip kesetaraan, yaitu besar nilai sekarang aktuarial pembayaran premi sama dengan nilai sekarang aktuarial manfaat, dengan rumus:

$$P_{x:\bar{n}|}^{1*} = \frac{A_{x:\bar{n}|}^{1*}}{\ddot{a}_{x:\bar{n}|}^*}. \quad (7)$$

([7]).

Jika perhitungan menggunakan tingkat suku bunga nominal yang bervariasi yaitu  $i_1, i_2, \dots, i_n$ , maka tingkat diskonto untuk tahun ke-  $k$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  dihitung menggunakan rumus:

$$(v^*)^k = \frac{1}{(1 + i_1) \times \dots \times (1 + i_k)}. \quad (8)$$

Sehingga rumus nilai sekarang anuitas berjangka  $n$  tahun pada persamaan (4) menjadi

$$\ddot{a}_{x:\bar{n}|}^{**} = \sum_{t=0}^{n-1} (v^*)^t {}_t p_x^{(\tau)} \quad (9)$$

rumus premi tunggal bersih pada persamaan (6) menjadi

$$A_{x:\bar{n}|}^{1**} = \sum_{j=1}^m \left( \sum_{k=0}^{n-1} B^{(j)} (v^*)^{k+1} {}_k p_x^{(\tau)} q_{x+k}^{(j)} \right) \quad (10)$$

dan rumus premi bersih tahunannya pada persamaan (7) sama dengan

$$P_{x:\bar{n}|}^{1**} = \frac{A_{x:\bar{n}|}^{1**}}{\ddot{a}_{x:\bar{n}|}^{**}}. \quad (11)$$

## 3 Metode

### 3.1 Data

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data sekunder yaitu data *Illustrative Service Table* ([2]) yang tersedia pada *library software* R, serta data suku

bunga riil dan tingkat inflasi Republik Korea yang diakses dari data Bank Dunia. Perhitungan dan analisis dilakukan dengan bantuan *Microsoft Excel 2019*.

### 3.2 Tahapan Penelitian

Penelitian ini dilakukan dengan studi literatur, yaitu dengan mengumpulkan berbagai sumber materi pendukung seperti buku, jurnal ilmiah, artikel, skripsi, dan tesis yang mendukung penelitian ini. Setelah dilakukan studi literatur, diberikan studi kasus sebagai simulasi penghitungan premi bersih asuransi jiwa berjangka model *multiple decrement*. Untuk mencapai tujuan penelitian ini dan memperoleh besar premi bersih tahunan dari studi kasus yang diberikan dilakukan langkah-langkah berikut:

1. Menyusun Tabel Penyusutan Jamak (*Multiple Decrement Table*) berdasarkan *Illustrative Service Table* ([2]) yang disediakan pada *library software R*.
2. Menghitung nilai sekarang aktuaria (premi tunggal bersih) untuk asuransi jiwa berjangka model *multiple decrement* berdasarkan studi kasus yang diberikan.
3. Menghitung anuitas awal berjangka dari studi kasus.
4. Menghitung premi bersih tahunan untuk studi kasus yang diberikan.
5. Langkah 2 s.d. langkah 4 dilakukan untuk penghitungan dengan suku bunga konstan maupun bervariasi tiap tahunnya. Untuk suku bunga konstan digunakan suku bunga 3.5% sampai 20% dengan kenaikan 0.5%. Untuk suku bunga bervariasi diasumsikan mengikuti besar suku bunga nominal.
6. Menggambarkan premi bersih tahunan yang diperoleh menggunakan suku bunga konstan dan melihat pengaruh kenaikan suku bunga terhadap besar premi bersih tahunan.
7. Membandingkan besar premi yang diperoleh menggunakan suku bunga bervariasi dengan besar premi yang diasumsikan konstan sebesar rata-rata suku bunga nominal tersebut.

## 4 Hasil dan Pembahasan

### 4.1 Pembentukan *Multiple Decrement Table*

Tabel Penyusutan Jamak (*Multiple Decrement Table*) pada dasarnya menunjukkan peluang penurunan populasi karena berbagai sebab kegagalan. Pada penelitian ini, *Multiple Decrement Table* dibentuk dari *Illustrative Service Table* ([2]) yang disediakan *library software R*. *Illustrative Service Table* tersebut dapat diperoleh dengan sintaks berikut:

```
library(lifecontingencies)
data(SoAISTdata)
SoAISTdata
```

Data *Illustrative Service Table* tersebut memuat informasi banyaknya orang yang masih hidup sampai usia  $x$  yang dinotasikan dengan  $l_x^{(\tau)}$ . Juga tersedia informasi banyaknya orang yang mengalami kegagalan pada rentang usia  $x$  sampai  $x + 1$  tahun yang dinotasikan dengan  $d_x^{(j)}$ . Terdapat empat penyebab kegagalan yaitu kematian (sebab 1), mengundurkan diri (sebab 2), cacat permanen (sebab 3), dan pensiun (sebab 4). Notasi  $d_x^{(1)}$ ,  $d_x^{(2)}$ ,  $d_x^{(3)}$ , dan  $d_x^{(4)}$  secara berturut-turut menyatakan banyaknya orang yang mengalami kegagalan karena kematian, mengundurkan diri, cacat permanen, dan pensiun di antara usia  $x$  dan  $x + 1$ . Usia minimum adalah 30 tahun, usia minimum untuk pensiun

kerja (pensiun normal) adalah 60 tahun, dan usia untuk pensiun wajib adalah 70 tahun. Untuk usia 60 tahun ke atas pekerja yang keluar karena mengundurkan diri atau cacat diperlakukan sebagai pensiun usia kerja. Data tersebut menampilkan bahwa sampai usia 70 tahun masih ada sebanyak 970 orang yang bekerja.

Berdasarkan data  $d_x^{(1)}, d_x^{(2)}, d_x^{(3)}, d_x^{(4)}$  dan  $l_x^{(\tau)}$  pada *Illustrative Service Table*, dapat dihitung  $q_x^{(j)}, j = 1, 2, 3, 4$ , dan  $q_x^{(\tau)}$  menggunakan persamaan (1), serta  $p_x^{(\tau)}$  menggunakan persamaan (2). Sehingga diperoleh *Multiple Decrement Table* untuk usia 30 sampai 70 tahun yang disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1 *Multiple Decrement Table*

Usia ( $x$ )	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$	$q_x^{(3)}$	$q_x^{(4)}$	$q_x^{(\tau)}$	$p_x^{(\tau)}$
30	0.00100	0.19900	0.00000	0.00000	0.20000	0.80000
31	0.00100	0.18083	0.00000	0.00000	0.18183	0.81818
32	0.00110	0.15061	0.00000	0.00000	0.15171	0.84829
33	0.00110	0.10269	0.00000	0.00000	0.10379	0.89621
34	0.00121	0.07980	0.00000	0.00000	0.08101	0.91899
35	0.00140	0.05889	0.00101	0.00000	0.06129	0.93871
36	0.00149	0.04489	0.00100	0.00000	0.04738	0.95262
37	0.00159	0.03499	0.00110	0.00000	0.03768	0.96232
38	0.00180	0.03001	0.00119	0.00000	0.03301	0.96699
39	0.00189	0.02599	0.00129	0.00000	0.02917	0.97083
40	0.00211	0.02201	0.00141	0.00000	0.02553	0.97447
41	0.00231	0.02000	0.00150	0.00000	0.02381	0.97619
42	0.00259	0.01801	0.00159	0.00000	0.02220	0.97780
43	0.00279	0.01601	0.00169	0.00000	0.02049	0.97951
44	0.00309	0.01500	0.00181	0.00000	0.01991	0.98009
45	0.00340	0.01400	0.00200	0.00000	0.01940	0.98060
46	0.00380	0.01301	0.00219	0.00000	0.01901	0.98099
47	0.00419	0.01301	0.00249	0.00000	0.01969	0.98031
48	0.00460	0.01199	0.00280	0.00000	0.01938	0.98062
49	0.00511	0.01101	0.00311	0.00000	0.01924	0.98076
50	0.00562	0.00999	0.00341	0.00000	0.01902	0.98098
51	0.00620	0.00998	0.00382	0.00000	0.02000	0.98000
52	0.00688	0.00900	0.00421	0.00000	0.02010	0.97990
53	0.00742	0.00891	0.00468	0.00000	0.02100	0.97900
54	0.00819	0.00790	0.00518	0.00000	0.02127	0.97873
55	0.00889	0.00789	0.00581	0.00000	0.02259	0.97741
56	0.00981	0.00689	0.00640	0.00000	0.02311	0.97689
57	0.01070	0.00690	0.00710	0.00000	0.02470	0.97530
58	0.01181	0.00588	0.00791	0.00000	0.02561	0.97439
59	0.01290	0.00490	0.00869	0.00000	0.02648	0.97352
60	0.01312	0.00000	0.00000	0.14889	0.16201	0.83799

Usia ( $x$ )	$q_x^{(1)}$	$q_x^{(2)}$	$q_x^{(3)}$	$q_x^{(4)}$	$q_x^{(\tau)}$	$p_x^{(\tau)}$
61	0.01491	0.00000	0.00000	0.07939	0.09429	0.90571
62	0.01569	0.00000	0.00000	0.14868	0.16437	0.83563
63	0.01791	0.00000	0.00000	0.08923	0.10714	0.89286
64	0.01902	0.00000	0.00000	0.14849	0.16752	0.83248
65	0.01814	0.00000	0.00000	0.39552	0.41366	0.58634
66	0.02229	0.00000	0.00000	0.19745	0.21975	0.78025
67	0.02313	0.00000	0.00000	0.29582	0.31895	0.68105
68	0.02369	0.00000	0.00000	0.39412	0.41781	0.58219
69	0.02402	0.00000	0.00000	0.49216	0.51618	0.48382
70	0.01722	0.00000	0.00000	0.98278	1.00000	0.00000

## 4.2 Studi Kasus

Pada penelitian ini diberikan studi kasus sebagai simulasi penghitungan premi asuransi jiwa berjangka untuk model *multiple decrement*. Proses penghitungan menggunakan *Microsoft Excel 2019*. Misalkan seorang pegawai berusia 30 tahun mengikuti suatu asuransi jiwa yang menjanjikan manfaat untuk kematian, mengundurkan diri, cacat, dan mencapai usia pensiun normal. Diketahui bahwa asuransi ini memberikan jaminan selama 35 tahun. Premi yang dibayarkan dihitung menggunakan asumsi yang disajikan pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2 Asumsi penghitungan premi

No	Asumsi	Nilai
1	Santunan jika terjadi kematian ( $B^{(1)}$ )	Rp100 juta
2	Santunan jika mengundurkan diri ( $B^{(2)}$ )	Rp10 juta
3	Santunan jika mengalami cacat permanen ( $B^{(3)}$ )	Rp50 juta
4	Santunan jika mencapai usia pensiun normal ( $B^{(4)}$ )	Rp100 juta
5	Suku bunga konstan	3.5% sampai 20% dengan kenaikan 0.5% dan rata-rata suku bunga nominal (8.107%)
6	Suku bunga tidak konstan	Suku bunga nominal yang disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3 Suku bunga nominal

Tahun ( $t$ )	$i_t$ (%)						
1	10.848	10	5.947	19	4.283	28	15.320
2	11.721	11	6.084	20	5.548	29	15.118
3	14.914	12	6.993	21	4.463	30	12.845
4	9.582	13	7.082	22	4.552	31	10.995
5	9.394	14	6.315	23	3.852	32	11.182
6	7.660	15	5.497	24	3.496	33	11.341
7	7.477	16	5.739	25	2.902	34	5.511
8	6.178	17	5.503	26	15.471	35	3.631
9	5.895	18	4.886	27	15.532		

### 4.3 Premi Bersih Tahunan dengan Suku Bunga Konstan

Proses penghitungan premi bersih tahunan dengan asumsi suku bunga konstan dari kasus pada Subbab 4.2 dibagi menjadi beberapa tahapan sebagai berikut.

#### 1. Penghitungan Nilai Sekarang Aktuarial Manfaat (Premi Tunggal Bersih)

Menggunakan persamaan (6) besar nilai sekarang aktuarial dari manfaat (premi tunggal bersih) dapat dihitung dengan rumus:

$$A_{30:\overline{35}|}^{1*} = \sum_{j=1}^4 \left( \sum_{k=0}^{34} B^{(j)} v^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(j)} \right). \quad (12)$$

Karena suku bunga diasumsikan konstan, maka tingkat diskonto ( $v$ ) dapat dihitung dengan rumus  $v^{k+1} = \frac{1}{(1+i)^{k+1}}$ . Untuk suku bunga 3.5%, maka tingkat diskontonya sama dengan  $v^{k+1} = \frac{1}{(1.035)^{k+1}}$ . Besaran peluang  ${}_k p_{30}^{(\tau)}$  dan  $q_{30+k}^{(j)}$  dapat diperoleh dari Tabel 1 dan menggunakan formula  ${}_k p_{30}^{(\tau)} = \prod_{t=0}^{k-1} p_{30+t}^{(\tau)}$ .

Nilai sekarang aktuarial manfaat karena meninggal dunia (sebab 1), dinotasikan dengan  $A_{30:\overline{35}|}^{1*(1)}$  dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{35}|}^{1*(1)} &= \sum_{k=0}^{34} B^{(1)} v^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(1)} \\ &= 10^8 \left( v^1 {}_0 p_{30}^{(\tau)} q_{30}^{(1)} + v^2 {}_1 p_{30}^{(\tau)} q_{31}^{(1)} + \dots + v^{35} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} q_{64}^{(1)} \right) \\ &= 2671311.01. \end{aligned} \quad (13)$$

Nilai sekarang aktuarial manfaat karena mengundurkan diri (sebab 2), dinotasikan dengan  $A_{30:\overline{35}|}^{1*(2)}$  dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{35}|}^{1*(2)} &= \sum_{k=0}^{34} B^{(2)} v^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(2)} \\ &= 10^7 \left( v^1 {}_0 p_{30}^{(\tau)} q_{30}^{(2)} + v^2 {}_1 p_{30}^{(\tau)} q_{31}^{(2)} + \dots + v^{35} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} q_{64}^{(2)} \right) \\ &= 6038674.60. \end{aligned} \quad (14)$$

Nilai sekarang aktuarial manfaat karena mengalami cacat permanen (sebab 3), dinotasikan dengan  $A_{30:\overline{35}|}^{1*(3)}$  dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{35}|}^{1*(3)} &= \sum_{k=0}^{34} B^{(3)} v^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(3)} \\ &= 5 \times 10^7 \left( v^1 {}_0 p_{30}^{(\tau)} q_{30}^{(3)} + v^2 {}_1 p_{30}^{(\tau)} q_{31}^{(3)} + \dots + v^{35} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} q_{64}^{(3)} \right) \quad (15) \\ &= 596232.37. \end{aligned}$$

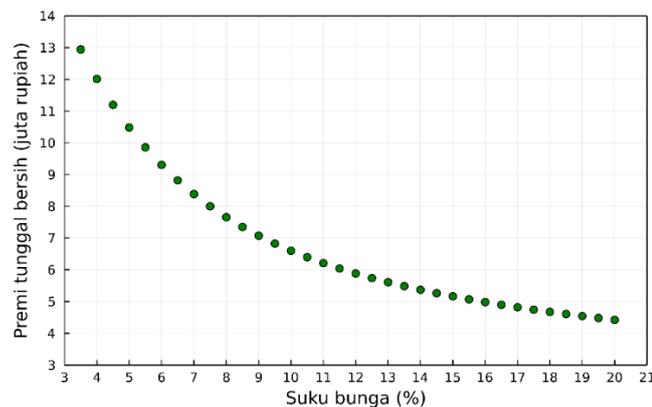
Nilai sekarang aktuarial manfaat karena mencapai usia pensiun normal (sebab 4), dinotasikan dengan  $A_{30:\overline{35}|}^{1*(4)}$  dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{35}|}^{1*(4)} &= \sum_{k=0}^{34} B^{(4)} v^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(4)} \\ &= 10^8 \left( v^1 {}_0 p_{30}^{(\tau)} q_{30}^{(4)} + v^2 {}_1 p_{30}^{(\tau)} q_{31}^{(4)} + \dots + v^{35} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} q_{64}^{(4)} \right) \quad (16) \\ &= 3636476.91. \end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial manfaat total diperoleh dengan menjumlahkan nilai sekarang aktuarial manfaat dari setiap kegagalan sesuai dengan formula pada persamaan (12), yaitu dengan menjumlahkan hasil pada persamaan (13) s.d. (16), yaitu:

$$A_{30:\overline{35}|}^{1*} = A_{30:\overline{35}|}^{1*(1)} + A_{30:\overline{35}|}^{1*(2)} + A_{30:\overline{35}|}^{1*(3)} + A_{30:\overline{35}|}^{1*(4)} = 12942694.89. \quad (17)$$

Menggunakan cara yang sama, diperoleh nilai sekarang aktuarial manfaat untuk berbagai tingkat suku bunga, mulai 3.5% s.d. 20% dengan kenaikan 0.5%. Hasilnya disajikan dalam bentuk grafik pada Gambar 1.



Gambar 1 Premi tunggal bersih untuk berbagai tingkat suku bunga

Berdasarkan Gambar 1 terlihat bahwa semakin tinggi suku bunga maka semakin kecil premi tunggal bersih. Hal ini dikarenakan semakin tinggi suku bunga, maka tingkat diskonto akan semakin kecil. Penurunan suku bunga untuk kasus ini tidak linear.

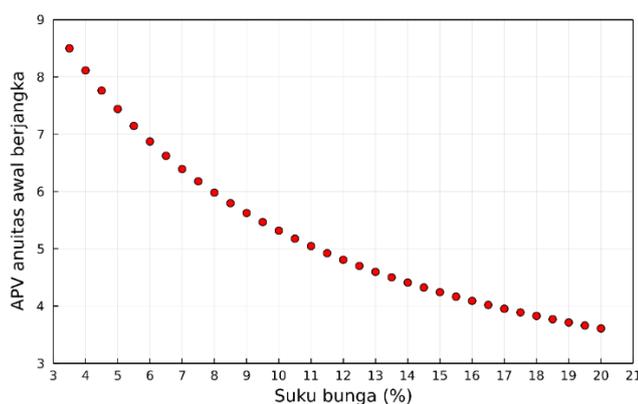
## 2. Penghitungan Nilai Sekarang Aktuarial (APV) Anuitas Berjangka

Penghitungan besar premi bersih tahunan membutuhkan nilai anuitas. Pada kasus ini premi diasumsikan dibayar setiap awal tahun selama maksimal 35 tahun asalkan

belum terjadi kegagalan dalam jangka waktu tersebut. Besar nilai sekarang aktuarial dari anuitas awal berjangka 35 tahun dapat dihitung menggunakan persamaan (4). Untuk suku bunga 3.5% diperoleh APV anuitas awal berjangka dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{30:\overline{35}|}^* &= \sum_{t=0}^{34} \frac{1}{(1.035)^t} {}_t p_{30}^{(\tau)} = \frac{1}{(1.035)^0} {}_0 p_{30}^{(\tau)} + \frac{1}{(1.035)^1} {}_1 p_{30}^{(\tau)} + \cdots + \frac{1}{(1.035)^{34}} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} \\ &= 1 + \frac{1}{(1.035)^1} (0.8) + \cdots + \frac{1}{(1.035)^{34}} (0.13509) = 8.49867. \quad (18)\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama diperoleh APV anuitas untuk berbagai tingkat suku bunga, mulai 3.5% s.d. 20% dengan kenaikan 0.5%. Hasilnya disajikan dalam bentuk grafik pada Gambar 2.



Gambar 2 APV anuitas awal berjangka *multiple decrement* untuk berbagai tingkat suku bunga

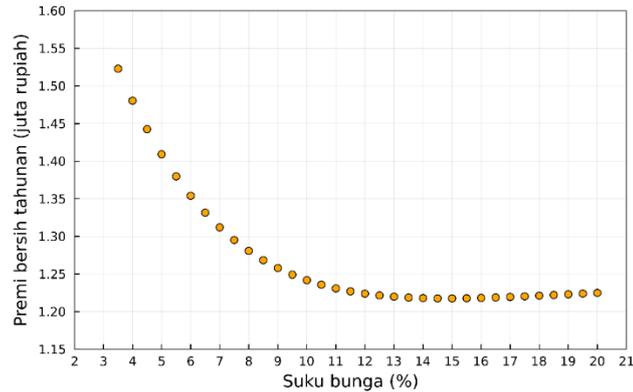
Dari Gambar 2 terlihat bahwa sama halnya seperti premi tunggal bersih, semakin besar tingkat suku bunga, semakin kecil nilai APV anuitasnya. Penurunan APV anuitas ini tidak linear.

### 3. Penghitungan Premi Bersih Tahunan

Berdasarkan prinsip kesetaraan, besar premi bersih tahunan diperoleh dengan membagi premi tunggal bersih pada persamaan (13) dengan APV anuitas pada persamaan (14). Untuk suku bunga 3.5% besar premi bersih tahunan diperoleh sama dengan:

$$P_{30:35}^{1*} = \frac{A_{30:\overline{35}|}^{1*}}{\ddot{a}_{30:\overline{35}|}^*} = \frac{12942694.89}{8.49867} = 1522908.39.$$

Dengan cara yang sama diperoleh premi bersih tahunan untuk berbagai tingkat suku bunga, mulai 3.5% s.d. 20% dengan kenaikan 0.5%. Hasilnya disajikan dalam bentuk grafik pada Gambar 3.



Gambar 3 Premi bersih tahunan untuk berbagai tingkat suku bunga

Berdasarkan Gambar 3, untuk kasus yang diberikan semakin tinggi suku bunga, maka semakin murah premi yang dibayarkan. Terjadi penurunan besaran premi bersih tahunan dari tingkat suku bunga 3.5% s.d. 15%, kemudian meningkat secara lambat s.d. tingkat suku bunga 20%. Jika suku bunga yang digunakan diasumsikan sebesar suku bunga nominal rata-rata (8.107%), besar premi bersih yang harus dibayarkan pemegang polis sebesar Rp1277943.27 per tahunnya.

#### 4.4 Premi Bersih Tahunan dengan Suku Bunga Bervariasi

Proses penghitungan premi bersih tahunan untuk kasus pada Subbab 3.2 dengan mengasumsikan tingkat suku bunga bervariasi dibagi menjadi beberapa tahapan sebagai berikut.

##### 1. Penghitungan Nilai Sekarang Aktuarial Manfaat (Premi Tunggal Bersih)

Penghitungan nilai sekarang aktuarial dari manfaat (premi tunggal bersih) total dihitung menggunakan persamaan (10) yang disesuaikan dengan empat sebab kegagalan menjadi:

$$A_{30:\overline{35}|}^{1**} = \sum_{j=1}^4 \left( \sum_{k=0}^{34} B^{(j)} (v^*)^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(j)} \right) \quad (19)$$

di mana tingkat diskonto setiap tahunnya ( $v^*$ ) dapat dihitung menggunakan persamaan (8), dan tingkat bunga nominal yang disajikan pada Tabel 3. Misal untuk tahun ke-3 faktor diskonto diperoleh sama dengan

$$(v^*)^3 = \frac{1}{(1 + 0.10848)(1 + 0.11721)(1 + 0.14914)} = 0.70269.$$

Nilai sekarang aktuarial manfaat karena meninggal dunia (sebab 1), dinotasikan dengan  $A_{30:\overline{35}|}^{1**(1)}$  dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{35}|}^{1**(1)} &= \sum_{k=0}^{34} B^{(1)} (v^*)^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(1)} \\ &= 10^8 \left( (v^*)^1 {}_0 p_{30}^{(\tau)} q_{30}^{(1)} + (v^*)^2 {}_1 p_{30}^{(\tau)} q_{31}^{(1)} + \dots + (v^*)^{35} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} q_{64}^{(1)} \right) \quad (20) \\ &= 1277229.58. \end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial manfaat karena mengundurkan diri (sebab 2), dinotasikan dengan  $A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(2)}$  dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(2)} &= \sum_{k=0}^{34} B^{(2)}(v^*)^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(2)} \\ &= 10^7 \left( (v^*)^1 {}_0 p_{30}^{(\tau)} q_{30}^{(2)} + (v^*)^2 {}_1 p_{30}^{(\tau)} q_{31}^{(2)} + \dots + (v^*)^{35} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} q_{64}^{(2)} \right) \quad (21) \\ &= 4872094.92. \end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial manfaat karena mengalami cacat permanen (sebab 3), dinotasikan dengan  $A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(3)}$  dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(3)} &= \sum_{k=0}^{34} B^{(3)}(v^*)^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(3)} \\ &= 5 \times 10^7 \left( (v^*)^1 {}_0 p_{30}^{(\tau)} q_{30}^{(3)} + (v^*)^2 {}_1 p_{30}^{(\tau)} q_{31}^{(3)} + \dots + (v^*)^{35} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} q_{64}^{(3)} \right) \\ &= 282709.11. \quad (22) \end{aligned}$$

Nilai sekarang aktuarial manfaat karena mencapai usia pensiun normal (sebab 4), dinotasikan dengan  $A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(4)}$  dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned} A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(4)} &= \sum_{k=0}^{34} B^{(4)}(v^*)^{k+1} {}_k p_{30}^{(\tau)} q_{30+k}^{(4)} \\ &= 10^8 \left( (v^*)^1 {}_0 p_{30}^{(\tau)} q_{30}^{(4)} + (v^*)^2 {}_1 p_{30}^{(\tau)} q_{31}^{(4)} + \dots + (v^*)^{35} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} q_{64}^{(4)} \right) \\ &= 874114.94. \quad (23) \end{aligned}$$

Premi tunggal bersih total dapat dihitung dengan menjumlahkan nilai sekarang aktuarial dari manfaat untuk setiap penyebab kegagalan sesuai dengan persamaan (19), yaitu dengan menjumlahkan hasil yang telah diperoleh pada persamaan (20) s.d. (23). Secara matematis, premi tunggal bersih total dapat dijabarkan sebagai berikut:

$$A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}} = A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(1)} + A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(2)} + A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(3)} + A_{30:\overline{35}|}^{1^{**}(4)} = 7306148.54. \quad (24)$$

## 2. Penghitungan Nilai Sekarang Aktuarial (APV) Anuitas Berjangka

Penghitungan premi bersih tahunan membutuhkan nilai sekarang aktuarial anuitas. Pada penelitian ini anuitas yang digunakan adalah anuitas awal berjangka 35 tahun. Berdasarkan persamaan (9) diperoleh nilai sekarang aktuarial anuitas, yaitu:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_{30:\overline{35}|}^{**} &= \sum_{t=0}^{34} (v^*)^t {}_t p_{30}^{(\tau)} = (v^*)^0 {}_0 p_{30}^{(\tau)} + (v^*)^1 {}_1 p_{30}^{(\tau)} + \dots + (v^*)^{34} {}_{34} p_{30}^{(\tau)} \\ &= 5.73765. \quad (25) \end{aligned}$$

## 3. Penghitungan Premi Bersih Tahunan

Setelah diperoleh besar premi tunggal bersih dan anuitas yang terdapat pada persamaan (24) dan (25), langkah selanjutnya adalah menghitung premi bersih tahunan yaitu dengan membagi premi tunggal bersih dan nilai sekarang aktuarial anuitas. Diperoleh besar premi bersih tahunan yang menggunakan persamaan (11) sama dengan:

$$P_{30:35}^{1**} = \frac{A_{30:\overline{35}|}^{1**}}{\ddot{a}_{30:\overline{35}|}^{**}} = \frac{7306148.54}{5.73765} = 1273369.67.$$

Berdasarkan hasil penghitungan pada Subbab 3.3 dan 3.4, jika diasumsikan suku bunga yang digunakan konstan yaitu sebesar rata-rata suku bunga nominal (8.107%), diperoleh besar premi tahunan sebesar Rp1277943.27. Untuk kasus ini, premi bersih tahunan menggunakan suku bunga tidak konstan lebih kecil dibandingkan dengan suku bunga konstan dengan selisih Rp4573.60.

## 5 Simpulan

*Multiple decrement table* dengan empat penyebab kegagalan yaitu kematian, mengundurkan diri, cacat permanen, dan pensiun dibentuk berdasarkan *Illustrative Service Table* ([2]) yang tersedia di *library R studio*. Berdasarkan *Multiple Decrement Table* tersebut dilakukan simulasi penghitungan dari studi kasus yang diberikan dengan asumsi suku bunga konstan dan suku bunga bervariasi mengikuti besar suku bunga nominal yang diberikan.

Berdasarkan studi kasus yang dipaparkan diperoleh besar premi bersih tahunan kasus *multiple decrement* yang memberikan manfaat sesuai dengan penyebab kegagalan akan menurun ketika suku bunga naik. Penurunan cukup drastis dari suku bunga 3.5% sampai 7%, hingga pada suku bunga 15% ke atas besar premi bersih tahunan kembali meningkat walaupun tidak signifikan. Menggunakan suku bunga nominal yang dibentuk dari bunga riil dan tingkat inflasi dengan rata-rata 8.107%, besar premi bersih tahunan yang menjanjikan manfaat ketika terjadi kegagalan diperoleh sebesar Rp1273369.67. Jika diasumsikan suku bunga konstan yaitu sebesar rata-rata suku bunga nominal tersebut, besar premi yang harus dibayarkan sebesar Rp1277943.27.

## Daftar Pustaka

- [1] Ahyar M, Satyahadewi N, Perdana H. 2021. Metode projected unit credit dan individual level premium dalam perhitungan dana pensiun. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*. 10(1): 151-158.
- [2] Bowers NL, Gerber HU, Hickman JC, Jones DA, Nesbitt CJ. 1997. *Actuarial Mathematics (Second Edition)*. USA: The Society of Actuaries.
- [3] Caraka RE. 2016. Kajian perhitungan dana pensiun menggunakan accrued benefit cost. *Jurnal BPPK : Badan Pendidikan dan Pelatihan Keuangan*. 9(2):160-180.
- [4] Cunningham RJ, Herzog TN, London RL. 2012. *Models for Quantifying Risk*. Ed: 5th. Winsted, Connecticut (US): ACTEX Publications, Inc.
- [5] Deshmukh S. 2012. *Multiple Decrements Model in Insurance: An Introduction Using R*. New Delhi(IN) : Springer.
- [6] Indriyani SN. 2016. Analisis pengaruh inflasi dan suku bunga terhadap pertumbuhan ekonomi di Indonesia tahun 2005 – 2015. *Jurnal Manajemen Bisnis Krisnadwipayana*. 4(2).
- [7] Lestari D, Satyahadewi N, Perdana H. 2019. Model multiple decrement dalam penentuan premi asuransi jiwa. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster)*. 08(3): 463-470. doi: 10.26418/bbimst.v8i3.33637.
- [8] Rahman G, Ruhiyat, Purnaba IGP. 2021. Pengoptimalan Pembiayaan Dana Pensiun Normal Menggunakan Metode Penghitungan Aktuaria dengan Variasi Asumsi. Skripsi. IPB University.
- [9] Taufiqurrochman C. 2013. Seluk beluk tentang konsep bunga kredit bank. *Jurnal Kebangsaan*. 2(3): 12-16.

- [10] Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 11 Tahun 1992 Tentang Dana Pensiun. 1992.
- [11] Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 40 Tahun 2014 Tentang Perasuransian. 2014.