

PENJADWALAN MATA KULIAH DENGAN MEMECAH PERTEMUAN BERDASAR PEMROGRAMAN LINEAR INTEGER

PRAPTO TRI SUPRIYO

Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor
Jl Meranti, Kampus IPB Darmaga, Bogor 16680, Indonesia

Abstrak: Artikel ini memberikan formulasi masalah penjadwalan mata kuliah dengan memecah pertemuan berdasar model pemrograman linear integer. Pemecahan pertemuan mata kuliah didasarkan pada bobot jam kuliah masing-masing perminggu, sehingga mata kuliah berbobot tiga jam misalnya akan dipecah menjadi dua kali pertemuan yang masing-masing berdurasi dua jam dan satu jam. Formulasi yang dibangun menjamin bahwa mata kuliah berdurasi dua jam harus diberikan pada hari yang sama dengan periode (jam) kuliah berurutan. Sedangkan mata kuliah yang dipecah dalam dua kali pertemuan, kedua pertemuan tersebut harus dijadwalkan pada dua hari yang berbeda.

Katakunci: *integer linear programming.*

1. PENDAHULUAN

Penyusunan jadwal mata kuliah pada pendidikan tinggi merupakan aktifitas penting yang perlu mendapat perhatian khusus. Masalah penjadwalan ini merupakan masalah NP-hard, karenanya sejak tahun 1960an berbagai metode *heuristic* berbasis AI (*Artificial Intelligence*) bermunculan untuk menyelesaikan masalah ini, seperti misalnya GA (*Genetic Algorithms*), TS (*Tabu Search*), AC (*Ant Colonies*), SA (*Simulated Annealing*), dan *Evolution Strategies*. Sejalan dengan perkembangan waktu, sesuai dengan berbagai kebutuhan, upaya penyusunan jadwal ini juga semakin rumit, dan adakalanya sekiranya memungkinkan kita membutuhkan metode *deterministic* untuk menyelesaikan masalah penjadwalan ini. Masalah penjadwalan ini dapat juga dipandang sebagai model pewarnaan verteks pada *graph* [2]. Hanya saja formulasi semacam ini kurang fleksibel menampung berbagai kendala yang ingin ditambahkan pada model yang sudah dibangun. Model lain yang dipandang cocok dengan penambahan berbagai tujuan dan kendala adalah model PLI

(Pemrograman Linear Integer) atau *Integer Linear Programming*. Algoritma *greedy* yang biasanya digunakan untuk menyelesaikan masalah pewarnaan *graph*, demikian juga beberapa algoritma *heuristic* untuk menyelesaikan masalah penjadwalan, mempunyai waktu eksekusi lebih efisien dibanding beberapa algoritma yang biasa digunakan untuk menyelesaikan masalah PLI. Namun demikian, sejalan dengan perkembangan teknologi komputer dengan kecepatan eksekusi dan kapasitas memori yang semakin luar biasa, dan dengan memperhatikan berbagai kelebihan yang bisa diperoleh, menjadikan model PLI sebagai pilihan yang tepat untuk membangun jadwal mata kuliah.

Beberapa artikel telah memberikan berbagai model PLI untuk berbagai tujuan penjadwalan mata kuliah dengan berbagai fungsi objektif dan kendala yang berbeda. Referensi [1] memberikan formulasi penyusunan fungsi objektif untuk memaksimalkan tingkat kepuasan bagi mahasiswa terkait penempatan mata kuliah. Referensi [3] memberikan formulasi penyusunan jadwal dengan memandang setiap mata kuliah baik teori maupun praktikum masing-masing diberikan dalam satu kali pertemuan dalam setiap minggunya. Model ini pada umumnya membagi waktu kuliah dan praktikum dalam setiap harinya kedalam paket-paket pertemuan satu jam, dua jam, tiga jam atau lebih. Hal ini bisa berakibat menimbulkan waktu-waktu kosong yang sebenarnya bisa dimanfaatkan. Timbulnya waktu-waktu kosong ini secara akumulatif bisa berakibat menjadikan masalahnya tidak fisibel. Di sisi lain kuliah teori berdurasi tiga jam atau lebih yang diberikan dalam sekali pertemuan bisa membuat mahasiswa dan dosen terkuras energinya yang bisa berakibat menurunkan kinerja mereka. Karenanya, perlu kiranya memberikan model yang dapat memecah waktu kuliah menjadi beberapa kali pertemuan dalam setiap minggunya. Sejauh ini penulis belum menemukan suatu artikel yang membahas tentang ini. Karenanya, artikel ini berupaya memberikan gambaran secara umum dalam membangun model penjadwalan dengan memecah kuliah dalam dua kali pertemuan dalam seminggunya. Tentu saja upaya memecah pertemuan kuliah ini dalam prakteknya tetap saja merupakan pilihan berdasar kebutuhan setiap mata kuliah.

2. FORMULASI

2.1. Ide Dasar: Untuk menyusun jadwal seperti yang digambarkan di atas, maka setiap mata kuliah baik teori maupun praktek dipecah berdasarkan banyaknya jam kuliah perminggunya. Misalkan untuk mata kuliah M1 yang berbobot tiga jam perminggunya, maka variabel keputusan yang merepresentasikan M1 dipecah menjadi tiga bagian, misalnya $X_{11_}$, $X_{12_}$, dan $X_{13_}$. (Tanda “_” pada penamaan variabel menunjukkan penambahan indeks jika diperlukan). Di sisi lain periode jadwal per harinya disusun masing-masing berdurasi satu jam. Misalnya periode 1 pukul 8 – 9, periode 2 pukul 9 – 10, periode 3 pukul 10 – 11, dan seterusnya. Sehingga dengan demikian memungkinkan mata kuliah M1 diberikan dalam dua kali pertemuan, misalnya hari Senin pada periode 1 ($X_{11_}$) dan 2 ($X_{12_}$), serta Selasa pada periode 4 ($X_{13_}$). Masalah utama yang akan dibahas dalam artikel ini adalah bagaimana memberikan kendala untuk menjamin $X_{11_}$ dan $X_{12_}$ dijadwalkan pada hari

yang sama dengan periode yang berurutan, serta $X_{13_}$ dijadwalkan berbeda hari dengan $X_{11_}$ dan $X_{12_}$.

2.2. Kendala Pemecah Pertemuan Kuliah: Misalkan $P = \{1, 2, \dots, n\}$ himpunan periode jam kuliah dalam sehari, $H = \{1 = \text{Senin}, 2 = \text{Selasa}, \dots, 5 = \text{Jum'at}\}$ himpunan hari-hari kuliah dalam seminggu, dan $M = \{M_1, M_2, \dots, M_t\}$ himpunan beranggotakan sebanyak t mata kuliah. Selanjutnya setiap mata kuliah dipecah kedalam beberapa bagian sesuai bobotnya seperti yang telah diuraikan di atas, sehingga terbentuk J_i himpunan indeks perluasan untuk masing-masing mata kuliah $i \in M$. Kemudian didefinisikan variabel keputusan sebagai berikut:

$$X_{ijhp} = \begin{cases} 1, & \text{jika mata kuliah } ij \text{ dijadwalkan pada hari } h \text{ periode } p \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Penyebutan mata kuliah ij dimaksudkan sebagai mata kuliah $i \in M$, dan bagian $j \in J_i$. Dalam praktek selanjutnya, indeks variabel keputusan dapat ditambah/disesuaikan dengan kebutuhan, misalnya ditambah indeks dosen, ruangan atau yang lainnya.

Sebagai ilustrasi bagaimana memecah pertemuan suatu mata kuliah, pandang mata kuliah berbobot tiga jam M_1 yang akan dipecah dalam dua kali pertemuan, yakni pertemuan pertama dua jam, pertemuan kedua satu jam, atau sebaliknya. Pertemuan pertama dan kedua untuk M_1 harus dijadwalkan pada hari yang berbeda. Variabel yang merepresentasikan penjadwalan bagi M_1 secara berurutan adalah X_{11hp} , X_{12hp} , dan X_{13hp} . $X_{11_}$ dan $X_{12_}$ dijadwalkan pada hari yang sama dengan periode jam kuliah berurutan jika dan hanya jika untuk suatu hari h dan periode p ($1, 2, \dots, n-1$) berlaku jika $X_{11hp} = 1$, maka $X_{12h(p+1)} = 1$. Atau dengan kata lain untuk suatu hari h dan periode p ($1, 2, \dots, n-1$), jika $X_{12h(p+1)} = 0$, maka $X_{11hp} = 0$. Kendala ini dapat dinyatakan sebagai:

$$X_{12h(p+1)} \geq X_{11hp} ; \forall h \in H, \quad p = 1, 2, \dots, n-1$$

Selanjutnya, agar kuliah pertemuan pertama dan kedua M_1 dijadwalkan pada hari yang berbeda maka jumlah total semua nilai variabel yang merepresentasikan M_1 sebanyak-banyaknya 2 untuk setiap hari $h \in H$. Kendala ini secara formal dinyatakan dengan:

$$\sum_{j \in J_1} \sum_p X_{1jhp} \leq 2 ; \forall h \in H$$

Kemudian, agar terjamin bahwa mata kuliah M_1 tepat dijadwalkan sesuai dengan bobot tiga jam kuliah setiap minggunya, maka digunakan kendala:

$$\sum_{j \in J_1} \sum_h \sum_p X_{1jhp} = 3$$

3. FUNGSI OBJEKTIF DAN KENDALA

Fungsi objektif dan kendala pada masalah penjadwalan pada dasarnya dapat diformulasikan berdasar berbagai keperluan yang berbeda. Beberapa artikel telah memberikan contoh bagaimana memformulasikan fungsi objektif dan kendala masalah penjadwalan menggunakan PLI untuk berbagai tujuan. Artikel ini tidak membahas secara khusus tentang berbagai fungsi objektif dan kendala pada masalah penjadwalan. Selanjutnya, untuk memberikan ilustrasi secara terpadu bagaimana membangun formulasi masalah penjadwalan mata kuliah dengan memecah pertemuan menggunakan model PLI, diberikan contoh kasus sederhana di bawah ini.

4. FORMULASI KASUS BERSKALA KECIL

Pandang masalah penjadwalan delapan mata kuliah yang diberikan pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Daftar mata kuliah yang dijadwalkan

No	Nama Mata Kuliah	Bobot (jam)	Jumlah Mahasiswa
1	M1	2	70
2	M2	2	40
3	M3	2	70
4	M4	2	70
5	M5	3	40
6	M6	3	70
7	M7	3	70
8	M8	4	40

Empat mata kuliah M1, M3, M5, dan M7 tidak boleh dijadwalkan *overlapping*, karena ada beberapa mahasiswa yang sama mengambil empat mata kuliah tersebut. Untuk masing-masing mata kuliah tersedia dosen yang berbeda, sehingga pada dasarnya kedelapan mata kuliah tersebut boleh dijadwalkan secara *overlapping*, kecuali empat mata kuliah yang telah disebutkan sebelumnya. Pihak pengelola jadwal memiliki dua ruang kuliah, yakni ruang R1 berkapasitas 50 dan ruang R2 berkapasitas 100. Hari-hari kuliah yang tersedia adalah Senin, Selasa, Rabu, dan Kamis, mulai pukul 7 sampai dengan pukul 12. Pihak pengelola berharap semua mata kuliah bisa dijadwalkan pada jam-jam kuliah sepagi mungkin.

Untuk keperluan formulasi, setiap mata kuliah dipecah berdasar bobot jam kuliah masing-masing, seperti yang telah diuraikan di atas. Mata kuliah berbobot dua jam dijadwalkan sekali pertemuan. Mata kuliah berbobot tiga jam dijadwalkan dalam dua kali pertemuan, pertemuan pertama dua periode dan pertemuan kedua satu periode atau sebaliknya. Mata kuliah berbobot empat jam dijadwalkan dua kali pertemuan masing-masing dalam dua periode. Hari-hari kuliah didefinisikan sebagai $H = \{1 = \text{Senin}, 2 = \text{Selasa}, 3 = \text{Rabu}, 4 = \text{Kamis}\}$. Periode jam kuliah didefinisikan sebagai $P = \{1 = (\text{pukul } 7 - 8), 2 = (\text{pukul } 8 - 9), 3 = (\text{pukul } 9 - 10), 4 = (\text{pukul } 10 - 11), 5 = (\text{pukul } 11 - 12)\}$. Ruang kuliah didefinisikan sesuai dengan kelompok kapasitasnya, yakni $R = \{1 = \text{ruang R1}, 2 = \text{ruang R2}\}$. Selanjutnya didefinisikan variabel keputusan sebagai berikut:

$$X_{ijhpr} = \begin{cases} 1, & \text{jika mata kuliah } ij \text{ dijadwalkan pada hari } h \text{ periode } p \text{ di ruang } r \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Masalah penjadwalan ini adalah memaksimumkan penggunaan ruangan pada jam-jam kuliah sepagi mungkin, sehingga koefisien fungsi objektifnya diboboti secara proporsional sedemikian sehingga jam-jam kuliah pagi punya kesempatan semakin besar untuk dijadwalkan. Karenanya, fungsi objektif masalah penjadwalan ini dapat dinyatakan sebagai:

$$f = 5 \sum_i \sum_{j \in J_i} \sum_h \sum_r X_{ijh1r} + 4 \sum_i \sum_{j \in J_i} \sum_h \sum_r X_{ijh2r} + 3 \sum_i \sum_{j \in J_i} \sum_h \sum_r X_{ijh3r} + 2 \sum_i \sum_{j \in J_i} \sum_h \sum_r X_{ijh4r} + \sum_i \sum_{j \in J_i} \sum_h \sum_r X_{ijh5r}$$

dengan kendala-kendala diberikan di bawah ini. Perhatikan bahwa beberapa kendala saling terkait untuk mencapai tujuan tertentu.

1. Semua variabel keputusan X_{ijhpr} bernilai biner, yakni 0 atau 1.
2. Bagian dari mata kuliah yang berdurasi dua periode harus dijadwalkan pada hari yang sama dengan periode waktu berurutan dan dalam ruangan yang sama.

$$X_{i2h(p+1)r} \geq X_{i1hpr} ; \forall i = 1, 2, \dots, 8, \quad h \in H, \\ p = 1, 2, \dots, 4 \quad r \in R$$

$$X_{i4h(p+1)r} \geq X_{i3hpr} ; \forall i = 8, \quad h \in H, \quad p = 1, 2, \dots, 4 \quad r \in R$$

3. Mata kuliah yang dipecah dalam dua kali pertemuan, kedua pertemuan tersebut harus dijadwalkan pada dua hari yang berbeda.

$$\sum_{j \in J_i} \sum_p \sum_r X_{ijhpr} \leq 2 ; \forall i = 5, 6, 7, 8 \quad h \in H$$

4. Setiap mata kuliah harus tepat dijadwalkan sesuai dengan bobot mata kuliah tersebut perminggunya.

$$\sum_{j \in J_i} \sum_h \sum_p \sum_r X_{ijhpr} = 2 ; \forall i = 1, 2, 3, 4$$

$$\sum_{j \in J_i} \sum_h \sum_p \sum_r X_{ijhpr} = 3 ; \forall i = 5, 6, 7$$

$$\sum_{j \in J_8} \sum_h \sum_p \sum_r X_{8jhpr} = 4$$

5. Setiap mata kuliah i dengan jumlah mahasiswa t_i harus dijadwalkan pada ruangan yang sesuai dengan kapasitasnya.

$$\begin{aligned}
50 &\geq t_i X_{i1hp1}; \quad \forall i = 1, 2, \dots, 8, \quad h \in H, \quad p \in P \\
50 &\geq t_i X_{i3hp1}; \quad \forall i = 5, 6, 7, 8, \quad h \in H, \quad p \in P \\
100 &\geq t_i X_{i1hp2}; \quad \forall i = 1, 2, \dots, 8, \quad h \in H, \quad p \in P \\
100 &\geq t_i X_{i3hp2}; \quad \forall i = 5, 6, 7, 8, \quad h \in H, \quad p \in P
\end{aligned}$$

6. Untuk suatu hari dan suatu periode tertentu, setiap ruang kuliah sebanyak-banyaknya hanya ada satu mata kuliah yang dijadwalkan.

$$\sum_i \sum_{j \in J_j} X_{ijhpr} \leq 1; \quad \forall h \in H, \quad p \in P, \quad r \in R$$

7. Empat mata kuliah M1, M3, M5, dan M7 tidak boleh dijadwalkan *overlapping*.

$$\sum_{j \in J_1} \sum_r X_{1jhpr} + \sum_{j \in J_3} \sum_r X_{3jhpr} + \sum_{j \in J_5} \sum_r X_{5jhpr} + \sum_{j \in J_7} \sum_r X_{7jhpr} \leq 1; \quad \forall h \in H, \quad p \in P$$

5. KESIMPULAN

Telah diperlihatkan formulasi masalah penjadwalan mata kuliah dengan memecah pertemuan berdasar model pemrograman linear integer. Formulasi penjadwalan ini dilakukan melalui beberapa tahap, yakni:

- (1) Memecah mata kuliah berdasar banyaknya jam kuliah perminggu. Sejalan dengan ini, periode jadwal perharinya disusun masing-masing berdurasi satu jam.
- (2) Memformulasikan kendala-kendala berikut:
 - a. Bagian dari mata kuliah yang berdurasi dua jam harus dijadwalkan pada hari yang sama dengan periode waktu berurutan.
 - b. Mata kuliah yang dipecah dalam dua kali pertemuan, kedua pertemuan tersebut harus dijadwalkan pada dua hari yang berbeda.
 - c. Setiap mata kuliah harus tepat dijadwalkan sesuai dengan bobot mata kuliah tersebut perminggunya.

Implementasi formulasi ini dalam praktek tentunya membutuhkan penyesuaian berdasar keperluan tertentu dengan mendefinisikan variabel keputusan, memberikan fungsi objektif dan menambahkan kendala seperlunya.

DAFTAR PUSTAKA

1. Bakir, M.A. & Askop C. 2008. *A 0-1 Integer Programming Approach to a University Timetabling Problem*. Hattepe Journal of Mathematics and Statistics 37(1):41-55.
2. Chartrand, G. 1977. *Introductory Graph Theory*. Dover Pub. New York.
3. Ng, PH & Martin. 2002. *Classroom Scheduling Problems: A Discrete Optimization Approach*. The UMAP Journal 23(1):57-56.