

BIAS SKALA DATA DALAM PENDUGAAN KOEFISIEN KORELASI

B. SUHARJO¹, D. PERMADI²

Abstrak

Penelitian ini ditujukan untuk mengetahui besar dan perilaku bias dalam pendugaan koefisien korelasi dua variabel berskala ordinal (kategori) dengan berbagai jumlah kategori dan sample. Informasi ini sangat penting mengingat sebagian besar penelitian sosial yang berbasis survey lazim mengumpulkan data berskala ordinal dengan berbagai jumlah kategori. Ini dilakukan dengan alasan kemudahan dalam pengukuran karakteristik objek amatan. Masalah muncul manakala data dianalisis dengan pendekatan parametrik yang mensyaratkan datanya berskala ratio atau kontinu, akibatnya timbul bias dugaan. Korelasi Pearson digunakan sebagai basis analisis untuk mengetahui besar bias dugaan yang dihitung dengan kaidah *Mean Absolut Percentage Error* (MAPE). Disimpulkan bahwa, semakin banyak jumlah kategori maupun sample data, maka besarnya bias akan semakin mengecil. Penurunan bias akan semakin cepat bila jumlah kategori semakin membesar. Manfaat dari hasil ini adalah, data dengan 5 kategori merupakan pilihan ideal untuk digunakan dalam mengukur karakteristik amatan berskala ordinal, karena besarnya bias dugaan yang timbul masih dapat ditolerir. Dalam penerapannya 5 pilihan jawaban masih relatif mudah bagi responden dalam memilihnya.

1 PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Secara umum, penskalaan merupakan suatu prosedur penempatan atau pemberian nilai (kuantifikasi) suatu karakteristik objek amatan dengan suatu bilangan yang berasal dari suatu kontinum tertentu. Jika karakteristik tersebut diperoleh dari pengukuran yang menggunakan skala fisik (misalnya: timbangan, meteran, dan *stopwatch*) maka kontinumnya disebut kontinum fisik. Sementara itu, bila karakteristik tersebut berasal dari skala psikologis atau dari proses perkiraan subjektif, seperti intelegensia, minat, sikap, motivasi, maka kontinumnya disebut kontinum psikologis.

Pendekatan metodologis dalam penskalaan dikelompokkan menjadi dua, yaitu pendekatan psikofisik dan pendekatan psikometri (Kerlinger, 1986).

¹Departemen Matematika, Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam, Jalan Meranti Kampus IPB Dramaga Bogor, 16680.

²Mahasiswa S2, Program Studi Matematika Terapan, Sekolah Pascasarjana IPB.

Pendekatan psikofisik mempelajari hubungan kuantitatif antara kejadian-kejadian fisik dan kejadian-kejadian psikologis. Metode psikofisik berusaha mempelajari hubungan antara sifat-sifat fisik suatu objek atau stimulus dengan sensasi atau rasa yang ditimbulkannya. Pendekatan psikometri lebih memusatkan perhatiannya pada masalah perbedaan individual pada karakteristik-karakteristik yang murni bersifat psikologis. Torgerson (1993) menjelaskan bahwa ada tiga pendekatan dalam proses penskalaan psikologis, yaitu penskalaan yang berorientasi pada subjek, stimulus, dan respons. Penskalaan yang berorientasi pada stimulus bertujuan meletakkan stimulus pada kontinum atribut yang bersangkutan, dimana nilai skornya ditentukan melalui penskalaan stimulusnya.

Dalam interpretasinya hasil penskalaan dapat bersifat evaluatif apabila disandarkan pada suatu norma atau suatu kriteria tertentu. Hasil tes psikologi seringkali tidak memiliki satuan ukur, maka perlu dinyatakan secara normatif. Pilihan jawaban yang tidak mengikuti kaidah atau sukar dimengerti oleh responden karena terlalu panjang ataupun susunan tata bahasanya yang kurang tepat, umumnya akan mendorong responden memilih jawaban tertentu saja, akibatnya jawaban seperti itu tidak akan berfungsi sebagaimana yang diharapkan.

Dalam penelitian sosial, seperti bidang pemasaran dimana konsumen sering menjadi sumber informasi, penggunaan skala psikologis merupakan hal yang lazim. Para peneliti umumnya menggunakan skala pengukuran ordinal dan nominal (skala diskret). Sejauh ini skala diskret dianggap paling populer di antara metode yang biasa digunakan, karena penggunaannya yang dianggap relatif mudah, demikian juga dalam interpretasinya bersifat fleksibel, sehingga skala penggunaan skala ini dianggap sesuai dengan kebutuhan.

Apabila seorang responden ditanya seberapa puas ia terhadap suatu produk tertentu, jawab umumnya akan bervariasi antara tidak puas, puas, atau sangat puas. Proses penempatan nilai jawaban ini, terdapat tata bahasa yang mampu mewakili apa yang dirasakan. Namun demikian, tidak semua responden memiliki perbendaharaan kosa kata yang sama dalam mengungkapkan pendapatnya, namun sangat sulit atau tidak mungkin untuk menerapkan jawaban kontinu. Akibatnya pilihan jawaban diskret menjadi pilihannya. Di sisi lain, kebutuhan akan data yang reliabel serta mudah dalam interpretasinya menjadi hal yang utama, oleh karena itu dibutuhkan suatu konversi jawaban responden pada satu pilihan nilai (kategori) dalam suatu interval tertentu.

Jumlah kategori pilihan yang disediakan untuk meletakkan jawaban, terkadang membuat responden sulit untuk memilih jawaban yang sesuai dengan keinginannya. Semakin banyak kategori jawaban yang disediakan, umumnya akan cenderung mempersulit responden dalam menentukan pilihannya, demikian juga sebaliknya. Untuk itu, diperlukan jumlah kategori memadai agar responden dapat menempatkan jawaban pada sebuah pilihan tertentu namun memiliki nilai bias yang relatif kecil. Artinya peneliti harus memiliki acuan pengukuran kategori yang tepat dengan pilihan yang relatif sedikit namun masih mampu mencerminkan karakteristik amatan aslinya.

1.2 Perumusan Masalah

Menurut Dunn-Rankin *et al.* (2004), para peneliti telah membuat konsensus tentang banyaknya kategori atau skala pilihan jawaban yaitu 3 sampai 9, dengan 5 dan 7 adalah banyaknya kategori atau skala yang paling dianjurkan. Namun belum ada penelitian yang menyatakan secara eksplisit bahwa anjuran tersebut berlaku untuk setiap parameter, sebaran data, maupun jenis uji statistik. Dengan kata lain, belum terdapat informasi mengenai besarnya bias yang ditimbulkan akibat pemilihan jumlah kategori terkait parameter, sebaran data, jenis uji statistik tertentu, serta pengaruhnya terhadap kesimpulan uji statistik yang dilakukan. Oleh karena itu upaya mendapatkan informasi mengenai besarnya bias yang ditimbulkan dari sejumlah pilihan kategori jawaban yang dikaitkan dengan jumlah sampel, sebaran data serta jenis analisis tertentu menjadi penting.

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan di atas maka tujuan penelitian ini adalah; untuk mengetahui besar dan perilaku bias yang ditimbulkan oleh data dengan berbagai jumlah kategori (skala ordinal) serta jumlah contoh data yang dikaitkan pendugaan besarnya koefisien korelasi. Informasi yang dihasilkan diharapkan dapat digunakan sebagai pedoman untuk menentukan jumlah pilihan jawaban berskala ordinal dalam mengukur suatu karakteristik objek amatan, dengan risiko bias tertentu.

2 TINJAUAN PUSTAKA

Peubah Acak Normal

Peubah acak X disebut **normal** menurut (Ghahramani 2005), dengan parameter μ dan σ , jika fungsi kepekatannya adalah

$$f(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad -\infty < x < \infty.$$

Ragam dan Simpangan Baku

Jika X adalah peubah acak yang kontinu dengan $E(X) = \mu$, maka $Var(X) = \sigma_x^2$ dan σ_x yang merupakan ragam dan simpangan baku dari X , berturut-turut didefinisikan oleh (Bain 1992)

$$\begin{aligned} Var(X) &= E\left[(X-\mu)^2\right], \\ \sigma_x &= \sqrt{E\left[(X-\mu)^2\right]} \end{aligned}$$

Koragam

Jika X dan Y adalah peubah acak yang memiliki nilai harapan berturut-turut $E(X)$ dan $E(Y)$, maka didefinisikan peragam antara peubah acak X dan peubah acak Y adalah:

$\text{cov}(X, Y) = E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\}$ atau $\text{cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$ (Bain 1992).

Koefisien Korelasi Pearson

Misalkan contoh acak berukuran n berupa data berpasangan $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ maka keeratan hubungan linear antara kedua peubah dapat diukur oleh koefisien korelasi Pearson bila kedua peubahnya bersifat kontinu dan dapat dihitung dengan rumus,

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

dalam keadaan salah satu x atau y bernilai konstan maka koefisien korelasi r tidak didefinisikan (Aunuddin 2005).

Dekomposisi Cholesky

Dekomposisi cholesky merupakan proses suatu matriks menjadi 2 buah matriks yang salah satunya adalah matriks segitiga bawah dengan elemen-elemen diagonal positif. Jika A adalah matriks definit positif simetrik, maka A dapat difaktorkan menjadi $A = CC^T$ dimana C adalah matriks segitiga bawah dengan elemen-elemen diagonal positif (Leon 2001).

Algoritma Dekomposisi Cholesky

Partisi di dalam matriks $A = CC^T$ sebagai berikut (Leon 2001):

$$\begin{bmatrix} a_{11} & A_{21}^T \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{11} & C_{21}^T \\ 0 & C_{22}^T \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c_{11}^2 & c_{11}C_{21}^T \\ c_{11}C_{21} & C_{21}C_{21}^T + C_{22}C_{22}^T \end{bmatrix}$$

Algoritma untuk orde n-1 :

1. Cari $C_{11} = \sqrt{a_{11}}$ dan $C_{21} = \frac{1}{c_{11}} A_{21}$
2. Hitung C_{22} dengan $A_{22} - C_{21}C_{21}^T = C_{22}C_{22}^T$

Nilai Rata-rata Kesalahan Persentase Absolut (MAPE).

Nilai rata-rata kesalahan persentase absolute (*Mean Absolute Percentage Error*) adalah ukuran kesalahan yang termasuk salah satu ukuran standar statistik

untuk menghitung Ketepatan metode peramalan. Berikut adalah rumus untuk menghitung MAPE:

$$\text{MAPE} = \left(\frac{100\%}{n} \right) \sum_{t=1}^n |e_t|,$$

dimana, e_t merupakan besarnya bias pada percobaan ke- t . Semakin kecil nilai MAPE maka nilai ramalan dan ketepatan model dikatakan semakin baik (Makridakis 1995).

Jenis Pengukuran

Skala pengukuran dapat dibagi menjadi empat jenis, yaitu:

1. Skala nominal

Skala nominal merupakan pengukuran yang menyatakan kategori atau kelompok suatu subyek. Skala nominal mengelompokkan objek-objek ke dalam beberapa kelompok yang memiliki kemiripan ciri akan berada dalam satu kelompok. Hasil pengukuran skala nominal tidak dapat diurutkan tetapi bisa dibedakan. Contoh umum yang biasa dipakai, yaitu jenis kelamin, nomor punggung pemain sepak bola dan nomor STNK.

2. Skala ordinal

Hasil pengukuran skala ini dapat menggambarkan posisi atau peringkat tetapi tidak mengukur jarak antar peringkat. Statusnya lebih tinggi dari skala nominal. Ukuran pada skala ordinal tidak memberikan nilai absolut pada objek, tetapi hanya urutan relatif saja. Jarak antara peringkat 1 dan 2 tidak harus sama dengan jarak peringkat 2 dan 3. Dalam skala ordinal, peringkat yang ada tidak memiliki satuan ukur. Contoh: jenjang pendidikan (SD, SMP, SMU, Sarjana). Hasil pengukuran hanya dapat mengetahui tingkatannya, tetapi perbedaan antar jenjang pendidikan belum tentu sama.

3. Skala interval

Skala interval memberikan ciri angka kepada objek yang mempunyai skala nominal dan ordinal, dilengkapi dengan jarak yang sama pada urutan objeknya. Skala interval memiliki informasi yang lebih kaya dari skala ordinal dan nominal. Ciri penting dari skala ini yaitu datanya bisa ditambahkan, dikurangi, digandakan, dan dibagi tanpa mempengaruhi jarak relatif skor-skoranya. Selanjutnya skala ini tidak mempunyai nilai nol mutlak sehingga tidak dapat diinterpretasikan secara penuh besarnya nilai dari rasio tertentu. Pada skala pengukuran interval, rasio antara dua interval sembarang tidak tergantung pada nilai nol dan unit pengukuran. Contoh: pengukuran suhu dalam skala Celcius. Bila bak air berisi penuh dengan suhu 0°C , 50°C , dan 100°C , maka perbedaan antara $(0 - 50)^{\circ}\text{C}$ dan $(50 - 100)^{\circ}\text{C}$ itu sama, tetapi tidak bisa dikatakan bahwa air bersuhu 100°C dua kali lebih panas daripada air bersuhu 50°C .

4. Skala rasio

Skala rasio mempunyai semua sifat skala interval ditambah satu sifat yaitu memberikan keterangan tentang nilai absolut dari objek yang diukur. Skala rasio merupakan skala pengukuran yang ditunjukkan pada hasil pengukuran yang bisa dibedakan, diurutkan, mempunyai jarak tertentu, dan bisa dibandingkan (paling lengkap, mencakup semuanya dibanding skala-skala di bawahnya). Contoh: bila kita ingin membandingkan berat dua orang yaitu A dan B. Berat A 50 kg dan B 100 kg. Kita dapat tahu bahwa A dua kali lebih berat daripada B, karena nilai variabel numerik berat mengungkapkan rasio dengan nilai nol sebagai titik bakunya. Contoh lain: umur, nilai uang, dan tinggi badan, (Stevens 1946).

3 METODE PENELITIAN

Untuk menjawab tujuan penelitian, tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Membangkitkan data dari sepasang peubah yang menyebar normal baku yang saling bebas, berukuran 30, 50 dan 100, sebanyak 100 kali percobaan.
2. Data yang diperoleh dari tahap 1, ditransformasikan dengan kaidah dekomposisi Cholesky agar saling berkorelasi, dimana besaran nilai korelasi antar dua peubah sebesar -0.8; -0.5; -0.1; 0.1; 0.5 dan 0.8. Kaidah Cholesky yang digunakan dapat dijelaskan sebagai berikut:

Untuk membangkitkan peubah acak yang menyebar normal dengan $Y \sim N_2(\mu, \Sigma)$ dimana $Y = (Y_1, Y_2)^T$ dan $\mu = (\mu_1, \mu_2)^T$ merupakan vektor rata-rata dengan matriks kovarian $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \sigma^2 \end{pmatrix}$, maka diperlukan peubah Z sebaran normal baku yang saling bebas sehingga, $Y = C^T Z + \mu$. Nilai C dapat dihitung dengan Dekomposisi Cholesky yakni;

$$C^T C = \Sigma$$

$$C = \begin{pmatrix} \sigma & \rho\sigma \\ 0 & \sqrt{\sigma^2 - (\rho\sigma)^2} \end{pmatrix}$$

$$\text{maka } Y_1 = \sigma Z_1 + \mu \quad \text{dan} \quad Y_2 = \rho\sigma Z_1 + \sqrt{\sigma^2 - (\rho\sigma)^2} Z_2 + \mu$$

3. Setiap data dikonversi menjadi 2 hingga 7 kategori. Kategorisasi dilakukan menggunakan panjang interval yang sama.
4. Menghitung nilai koefisien korelasi Pearson baik dari peubah asal (data kontinu) dan peubah diskret hasil konversi dari setiap kombinasi pasangan data akorelasi dan ukuran contoh.

Menghitung nilai bias (selisih) antara nilai korelasi peubah kontinu dengan korelasi data diskret dari berbagai kombinasi jumlah kategori dan ukuran sample dengan menggunakan kaidah MAPE, dimana simpangan dihitung dengan menggunakan sudut antar vektor yaitu θ . Jika $\text{Cos } \theta = r_{ij}$, maka $\theta = \text{Arccos}(r_{ij})$ dimana r_{ij} merupakan korelasi antara peubah ke-i dengan peubah ke-j.

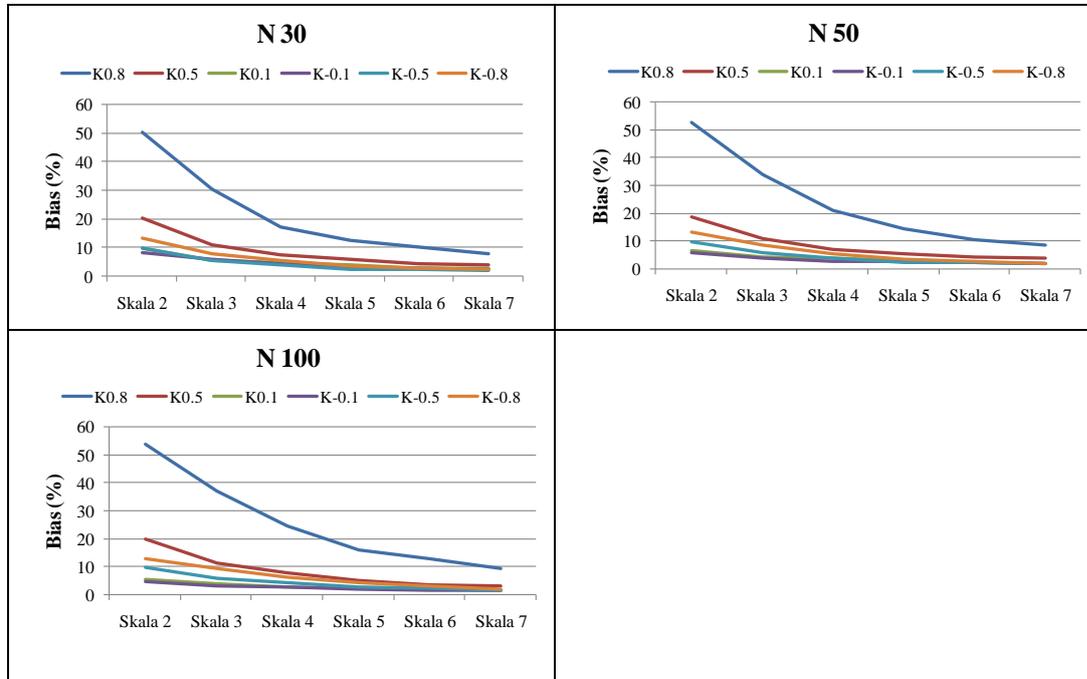
4 HASIL DAN PEMBAHASAN

Perbandingan besarnya bias yang diperoleh dari data dengan masing-masing kombinasi kategori dan besar korelasi yang dihitung dengan menggunakan nilai rata-rata kesalahan persentase absolut (MAPE), dimana besarnya nilai kesalahan didapat dari besarnya simpangan sudut antar 2 peubah data kontinu dengan data kategori disajikan berturut-turut pada TABEL 1.

TABEL 1
Bias (MAPE) dugaan korelasi data kontinu dengan data diskret

N 30						
Kategori	r0.8	r0.5	r0.1	r-0.1	r-0.5	r-0.8
Skala 2	50.12	20.09	9.64	8.10	9.81	13.23
Skala 3	30.50	10.75	5.47	5.67	5.65	7.61
Skala 4	17.17	7.28	4.59	4.19	3.84	5.19
Skala 5	12.35	5.74	3.56	3.10	2.40	3.35
Skala 6	10.14	4.48	2.68	2.78	2.52	2.53
Skala 7	7.87	3.97	2.50	2.46	2.01	2.17
N 50						
Skala 2	52.79	18.81	6.59	5.96	9.68	13.10
Skala 3	33.78	10.91	4.44	4.09	5.81	8.44
Skala 4	20.90	6.81	3.76	2.95	3.86	5.50
Skala 5	14.21	5.23	3.09	2.62	2.10	3.49
Skala 6	10.28	4.13	2.45	2.29	2.20	2.62
Skala 7	8.45	3.83	1.98	1.97	1.83	1.93
N 100						
Skala 2	53.60	19.77	5.55	4.76	9.49	12.74
Skala 3	36.81	11.16	3.98	3.25	5.50	9.10
Skala 4	24.39	7.77	2.91	2.61	3.88	6.14
Skala 5	15.88	5.11	2.27	1.86	2.49	4.13
Skala 6	12.68	3.70	1.77	1.56	1.94	2.93
Skala 7	9.35	3.24	1.56	1.38	1.34	1.93

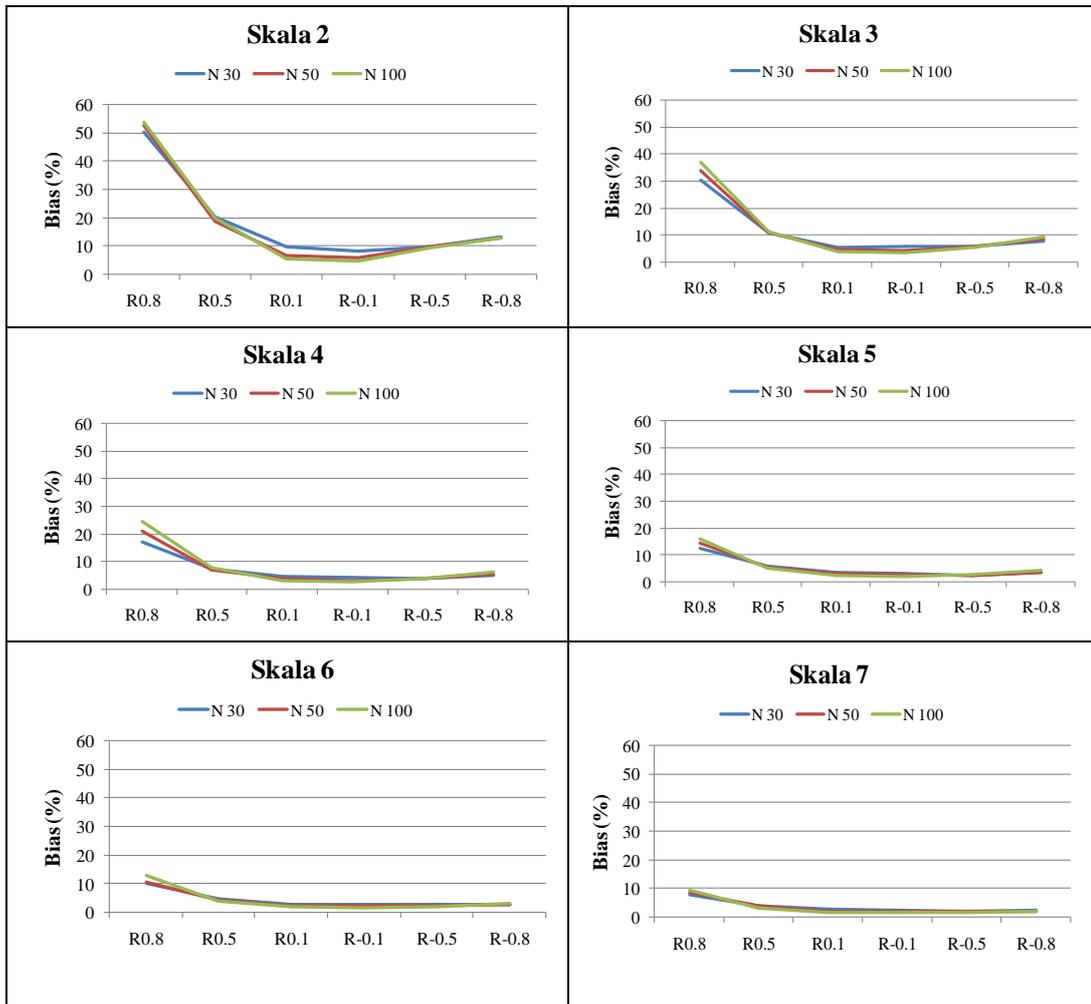
Untuk mempermudah dalam mengetahui besarnya bias, data pada TABEL 1 di plot seperti dalam Gambar berikut.



Gambar 1. Pola bias dugaan korelasi data berskala kontinu dan kategori

Berdasarkan Gambar 1 dapat dijelaskan bahwa untuk ukuran sampel 30, 50 dan 100 relatif memiliki rata-rata bias yang relatif sama untuk setiap skala kategori. Besarnya rata-rata bias untuk seluruh skala kategori dalam penelitian ini dengan ukuran sampel 30; 50; dan 100 berturut-turut adalah 8.21%; 8.14%; dan 8.29%. Dari sisi jumlah kategori data, semakin banyak kategori yang dimiliki data maka besarnya bias akan menurun secara berkala. Hal ini terjadi pada setiap ukuran contoh dengan pola yang sama.

Dengan mengelompokkan nilai korelasi awal dan ukuran sampel berdasarkan tiap skala kategori, besarnya bias dari setiap ukuran contoh terlihat dari Gambar 2. Terlihat bahwa data dengan 2 kategori besarnya bias merupakan yang terbesar dibandingkan skala kategori lainnya yaitu dengan rata-rata besarnya bias 17.99%, kemudian untuk kategori skala 3 terjadi kenaikan rata-rata besarnya bias dari skala sebelumnya yaitu sebesar 11.27%. Rata-rata besarnya bias untuk kategori skala 4 yaitu sebesar 7.42%, sedangkan untuk kategori skala 5 dan 6 berturut-turut adalah 5.16% dan 4.09%. Besarnya bias untuk kategori skala 7 ternyata memiliki bias yang paling kecil dibandingkan dengan skala kategori sebelumnya yaitu sebesar 3.32%.



Gambar 2. Grafik pergerakan besarnya rata-rata bias pada skala kategori untuk jumlah sampel contoh yang berbeda

Pola bias data dengan kategori 2 hingga 7 terlihat bahwa, data dengan 4 kategori besarnya bias mengalami penurunan dibandingkan dengan skala sebelumnya hingga untuk skala 7, di mana semakin banyak kategorinya besar biasanya semakin kecil.

5 SIMPULAN DAN SARAN

5.1 Simpulan

Penelitian ini menghasilkan beberapa kesimpulan mengenai perbandingan skala kontinu dengan skala diskret. Kesimpulan tersebut adalah sebagai berikut :

1. Besarnya bias akibat pengkategorian skala pada penelitian ini mengindikasikan bahwa semakin banyak kategori maka besarnya bias yang ditimbulkan relatif semakin kecil. Kategori skala yang memiliki besarnya bias yang paling kecil berada pada skala 7 dengan rata-rata nilai bias yang ditimbulkan sebesar 3.32%.
2. Berdasarkan perbedaan jumlah sampel dengan batasan nilai korelasi dalam penelitian ini, semakin banyak jumlah sampel maka besarnya bias yang ditimbulkan relatif sama untuk setiap skala kategori dari 3 jenis ukuran sampel yang dipakai yaitu sebesar 30, 50, dan 100.
3. Berdasarkan perbandingan besarnya nilai korelasi dengan tiap skala maka besarnya bias yang ditimbulkan relatif sama untuk setiap skala kategori.

5.2 Saran

Dalam penelitian ini, sebaran data dan simpangan baku memiliki jenis dan nilai yang sama yaitu kedua peubahnya menyebar normal dan simpangan bakunya sebesar 1.5. Penelitian selanjutnya dapat dikembangkan terhadap perbedaan sebaran data dan sebaran data peubah campurannya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aunuddin. 2005. *Statistika (Rancangan dan Analisis Data)*. Bogor (ID): Departemen Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam IPB.
- [2] Azwar S. 2012. *Penyusunan skala psikologis*. Ed ke-2. Yogyakarta (ID): Pustaka Pelajar Offset.
- [3] Bain JL, Engelhardt M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. 2nd Ed. Boston (USA): PWS-Kent.
- [4] Ghahramani S. 2005. *Fundamental of Probability dengan Stochastic Process*. New Jersey (USA): Pearson Prentice Hall.
- [5] Golub, Gene H, *et al.* 1965. Calculating the singular values and pseudo-inverse of a matrix. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics: Series B, Numerical Analysis* 2(2):205–224.
- [6] Gower JC, DJ Hand. 1996. *Biplot*. London (EN): Chapman & Hall.
- [7] Grimmett GR, Stirzaker DR. 2001. *Probability and Random Processes*. 3rd Ed. Oxford (EN): University Press.
- [8] Kerlinger FN. 1986. *Foundations of Behavioral Research*. 3rd Ed. Holt, Reinhart & Winston, Inc.
- [9] Rankin D, *et al.* 2004. *Scaling Methods*. 2nd Ed. New Jersey (USA): Lawrence Erlbaum Associates, Publisher.
- [10] Ross SM. 2000. *Stochastic Process*. New York (USA): Macmillan Publishing Company.
- [11] Sharma S. 1996. *Applied Multivariate Techniques*. Canada (AS): John Wiley & Sons Inc.
- [12] Stevens SS. 1946. On the Theory of Scales of Measurement. *Science by American Association for the Advancement of Science*. 103:677-680.
- [13] Torgerson WS. 1993. *Theory and Methods of Scaling*. New York (USA): John Willey.